

# DO CLIQUE AO TOUCHSCREEN: NOVAS FORMAS DE INTERAÇÃO E DE APRENDIZADO MATEMÁTICO

Marcelo A. Bairral – UFRRJ/IE/PPGEduc  
Agência Financiadora: CAPES

## Introdução

Refletir sobre interação e aprendizagem com tecnologias nos dias atuais remete-nos à cibercultura. Em consonância com Santos (2012), entendo a cibercultura como a cultura contemporânea estruturada pelo uso das tecnologias digitais em rede nas esferas do ciberespaço e das cidades. Atualmente a cibercultura vem se caracterizando pela convergência de dispositivos e redes móveis (como os *laptops*, celulares inteligentes, mídias locativas, Internet) e pela emergência dos dispositivos que vêm estruturando redes sociais e educativas na interface ciberespaço e cidades.

Diferentes áreas do conhecimento (Engenharia, Interação Homem-Computador<sup>1</sup>, Saúde) estão estudando processos de interação e o *feedback* do movimento *touchscreen* como uma estratégia de melhorar a compreensão do usuário e como forma de desenvolver novas interfaces e alternativas para usá-las. Sendo assim, acredito que o incremento de recursos *touchscreen* - como os *iPods*, *iPhones* e *iPads (tablets)* – também promoverão novos impactos e trarão diversos desafios para o ensino e a aprendizagem em geral e, para a matemática, em particular.

Na educação matemática internacional apesar de vários dispositivos *touchscreen* estarem sendo desenvolvidos para o ensino (por exemplo, *Fingu*, *Geometer Sketchpad Explorer*<sup>2</sup>, *Geometric Constructor*<sup>3</sup>, *Skethometry*<sup>4</sup> e *Math Tappers*<sup>5</sup>), ainda são escassas as pesquisas que analisam o aprendizado matemático nesses recursos (BARENDREGT et al., 2012; LADEL; KORTENKAMP, 2012; TOENNIES et al., 2011).

Nesse artigo ilustro alguns resultados de uma pesquisa de pós-doutorado<sup>6</sup> realizada em 2012. O estudo é fruto de um projeto de intercâmbio internacional entre pesquisadores brasileiros, italianos e japoneses interessados nas formas de uso e de aprendizagem em interfaces *touchscreen*. Estamos analisando como esses novos modos

---

<sup>1</sup> HCI (Human-Computer Interaction).

<sup>2</sup> <https://itunes.apple.com/us/app/sketchpad-explorer/id452811793?ls=1&mt=8>

<sup>3</sup> [http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijjima/gc\\_html5e/](http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijjima/gc_html5e/)

<sup>4</sup> <http://www.sketchometry.com/>

<sup>5</sup> <http://www.mathtappers.com>

<sup>6</sup> Financiada pela Capes (BEX 8845-11/5).

de manipulação podem enriquecer a multimodalidade da comunicação e os processos de raciocínio em matemática. Particularmente, estarei trazendo reflexões que auxiliam a responder a seguinte **questão de pesquisa**: que singularidades cognitivas a manipulação *touchscreen* pode trazer para o pensamento geométrico de alunos do Ensino Médio trabalhando no *software Geometric Constructor (GC)*? Como objetivos específicos o estudo visa:

1. Identificar e ilustrar modos de manipulação *touchscreen* durante o processo de resolução de problemas geométricos no *software GC*.
2. Descrever parte do processo de raciocínio dos estudantes em uma tarefa no *software*.

A presente investigação está embasada em uma perspectiva na qual a aprendizagem matemática mediante *softwares* de geometria dinâmica (ARZARELLO, 2002, 2011) envolve aspectos perceptuais e contempla não apenas objetos (as construções, por exemplo), mas a percepção física dos aprendizes, seus movimentos, gestos, linguagens e os artefatos mediadores que eles usam (ou criam). Portanto, um estudo dessa natureza também traz contribuição direta para a subárea 3 da Anped, concretamente, aos GTs Educação e Comunicação, Didática, Currículo, Formação de Professores uma vez que esse tipo de pesquisa insere dispositivos *touchscreen* nos processos de ensino e de aprendizagem e, assim, inspira novas práticas formativas de inclusão digital (discente e docente) com essas tecnologias.

### **Interatividade e processos de aprendizagem mediante *touchscreen***

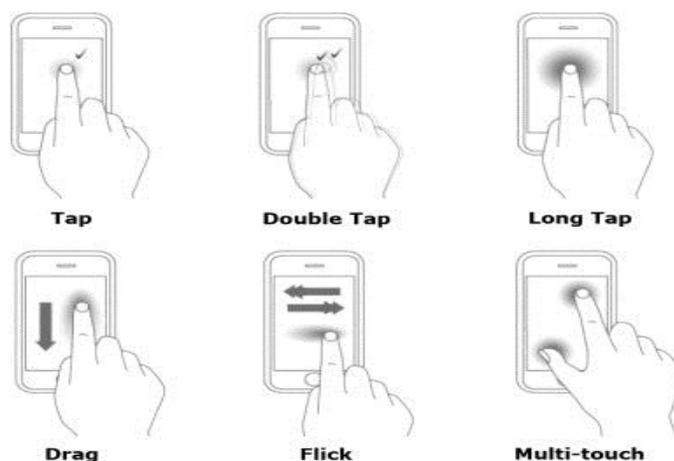
“No *touchscreen* a manipulação é mais imediata e fácil. O fato de não dever selecionar a função do cursor acelera o processo”. Frederico

Quando comparamos dispositivos *touchscreen* (*tablet* ou celular, por exemplo) de fabricantes diversos podemos observar a diferença na suavidade da tela. Essa performance é fruto de pesquisas que analisam a interação homem-máquina. Embora muitas dessas observem as entradas e saídas (*input* e *output*) em uma dimensão mais técnico-informática (CRANOR, 2011), outras nos oferecem subsídios de cunho interativo e que são mais apropriados ao uso educacional (PARK, 2011).

Realizar uma manipulação *touchscreen*<sup>7</sup> não é o mesmo que clicar em um *mouse*. Um ambiente *touchscreen* é um tipo de interface gráfica que usa um dispositivo *touchscreen* para *input* e *output* (DOYUN, 2011). De acordo com Tang (2010), de um modo geral, as formas de manipulação em dispositivos *touchscreen* são de três tipos: para baixo, para cima ou de mudança de tela<sup>8</sup> (*flick*).

Embora algumas manipulações *touchscreen* aparentam com os movimentos de clicar e arrastar (como fazemos em um *software* de geometria dinâmica como o GeoGebra), essas ações possuem diferenças em termos de ação-reação. Interações mediante dispositivos *touchscreen* ocorrem basicamente com o sistema reconhecendo e traçando a localização da entrada (*input*) da ação do usuário na área do dispositivo. Isso possibilita seis ações básicas com os dedos: tapa<sup>9</sup> (*tap*), duplo tapa (*double tap*), longo tapa (*long tap / hold*), arrastar (*drag*), mudança de tela (*flick*), e múltiplos toques (girar, rotacionar), conforme ilustrado a seguir.

Figura 1: Tipos básicos de *input* em dispositivos *touchscreen* (CHOI, 2008 apud PARK et al. 2011, p. 841)



Segundo Yook (2009), manipulações *touchscreen* podem contemplar movimentos simples ou ativos. Um impulso simples (fechado, básico) refere-se a um tipo de reação para um *input* específico. Um movimento ativo (aberto) ocorre em relação ao *input*, porém refletindo a qualidade espacial e o tempo da ação do toque. Essas últimas constituem uma combinação de movimentos básicos (tapas) com a

<sup>7</sup> Embora pareça semanticamente redundante optei por dar ênfase ao *touchscreen* como um tipo de manipulação.

<sup>8</sup> Como mudar de página, deslizar.

<sup>9</sup> Pancadinha, batida, golpe leve.

performance das ações dos dedos incluindo, por exemplo, ações de arrastar, virar ou rotacionar. A tabela seguinte exemplifica manipulações *touchscreen* com características abertas e fechadas.

Tabela 1: Yook *framework* apud Park (2011, p. 23)

Ação	Tipo	Movimento
Básica	Tapa simples Tapa duplo Manter (simples) Manter (múltiplo)	Fechado
Ativa	Arrastar Virar, esvoaçar Livre Rotacionar	Aberto

Manipulações *touchscreen* podem constituir um campo fértil de exploração na pesquisa educacional, especialmente, por suscitarem novas inspirações de práticas formativas com dispositivos móveis. Surge, portanto, um questionamento: qual tem sido o interesse atual de pesquisadores em educação matemática nessa temática? Vejamos.

### Uma revisão de literatura em educação matemática

Até o momento da escrita desse artigo encontrei poucas pesquisas em educação matemática analisando aprendizagem ou propondo modelos de ensino baseado em dispositivos *touchscreen*. Três delas abordam conceitos geométricos: Toennies et al. (2011), Iijima (2012) e Robidoux et al. (2012). A primeira trabalhando com discentes com dificuldade visual, a segunda com estudantes secundaristas e a terceira com crianças pequenas.

Toennies e coautores (2011), interessados em motivar docentes para educar estudantes com dificuldades visuais, descreveram características da exequibilidade de um dispositivo disponível (*Android tablet*) para explorar malhas, pontos, linhas e formas com aprendizes cegos. Seus resultados preliminares mostraram que foi possível para a maioria dos usuários encontrar localizações específicas numa malha, determinar a localização de pontos dados e diferenciar entre linhas e formas planas. Sublinhando a importância desse tipo de interface no trabalho com estudantes cegos, os autores propuseram o uso de um dispositivo tátil para explorar gráficos e outros conceitos

matemáticos mediante *feedback* auditivo ou com vibrações táteis<sup>10</sup>.

Robidoux e colaboradores (2012) implementaram atividades em dois tipos de interfaces: no *Geometer's Sketchpad* (com o iPad<sup>11</sup>) e no *PHANTOM Omni<sup>ni</sup> haptic*. Sua hipótese de pesquisa é que em atividades matemáticas nesses ambientes, com múltiplos modos de produzir significados, os jovens aprendizes elucidam e aprimoram discursos mediante conjecturas e refutações. Os estudiosos não apenas permitiram aos usuários ver e manipular as formas na tela, mas senti-las mediante retornos de ação (*force-feedback*) e toques via contato direto na tela.

As atividades com *iPad* focaram no estudo de transformações geométricas, medida e estimação. Os estudantes trabalharam em grupo e também estiveram envolvidos com as discussões de toda a turma. Apesar das atividades implementadas com os dispositivos não terem sido especificamente direcionadas ao ensino, os autores observaram que as crianças pequenas puderam adquirir linguagem expressiva conectada com os conceitos matemáticos explorados. As situações também oportunizaram aos discentes a utilização e o aprimoramento de suas ideias prévias enquanto produziam significado para uma tarefa matemática no dispositivo visual-tátil.

Barendregt e colaboradores (2012) descreveram o *design* de um jogo matemático *Fingu* para *iPad*, pensado para o uso com crianças de 4 a 8 anos. O recurso foi desenvolvido com o objetivo de desenvolver habilidades numéricas nos aprendizes através da ideia de “jogo corporificado”. Os resultados mostram que as crianças melhoraram no reconhecimento de padrões numéricos maiores. Algumas aprimoraram a habilidade para representar um número utilizando seus dedos e outras desenvolveram uma maior precisão na indicação da quantidade utilizando os dedos apenas uma vez.

Ladel e Kortenkamp (2011, 2012) discorreram sobre o uso de uma tábua multi-toques para possibilitar o desenvolvimento do conceito de número em crianças. Um aspecto observado pelos pesquisadores foi que crianças pequenas tiveram problemas no manuseio do computador devido, por exemplo, a manipulação indireta dos objetos via teclado ou *mouse*. Foi difícil para elas coordenar seus olhos e o que estavam vendo na tela com os movimentos do *mouse*. Além do mais, as escalas mudam, isto é, a distância do *mouse* não corresponde à distância na tela.

Pelton e Pelton (2012) estão interessados na construção e validação de

---

<sup>10</sup> <http://news.vanderbilt.edu/2012/03/haptic-tablet/>

<sup>11</sup> Além do *Sketchpad Explorer* para iPad, outros aplicativos (APP) para uso em *tablet* da Apple estão sendo criados (*Apollonius*, *TouchyMath*, *Fractile Plus*, por exemplo). Todavia, ainda não encontrei pesquisas que analisam o aprendizado matemático nos mesmos.

aplicativos (*Math Tappers*) para motivar a exploração de conceitos matemáticos e científicos e para propiciar aos estudantes oportunidades de melhoria no seu aprendizado. Os autores propuseram sete estratégias didáticas para o uso de dispositivos *touchscreen* em sala de aula: 1) trabalhar em grupos com um equipamento ou cada um usa o seu próprio dispositivo, 2) encontrar aplicativos úteis do ponto de vista educativo, 3) organizar os recursos, 4) dar tempo suficiente aos usuários para exploração, 5) deixar os estudantes colaborar, 6) encorajar grupos de trabalhos, de consolidação de ideias e construção de argumentos, e 7) propiciar a criação e a comunicação. Apesar de sua experiência ser em turmas de matemática os autores acreditam que muitas dessas estratégias são aplicáveis ao ensino em geral.

A pesquisa de Iijima (2012) ilustra o desenvolvimento do *software Geometric Constructor*. Da revisão realizada, esse é o dispositivo que está sendo diretamente pensado para situações (atividades) de ensino. O *software* é inspirado em princípios da geometria dinâmica (movimento, deformação e conservação de propriedades das figuras) e suas tarefas abordam conteúdos de geometria. O autor ressaltou que o ambiente apresentou resultados favoráveis ao aprendizado de seus alunos. Todavia, ele entende que são necessárias implementações e análises mais minuciosas com o uso do *software*.

A seguir resumo aspectos dos estudos anteriormente descritos.

Tabela 2: Síntese da revisão de literatura internacional<sup>12</sup> em educação matemática

	<b>Software / APP</b>	<b>Temática</b>	<b>Sujeitos</b>
Toennies et al. (2011)	-Tablet (Android)	-Elementos do plano Cartesiano: malhas, pontos, linhas e formas	-Estudantes com deficiência visual
Barendregt et al. (2012)	-Fingu (jogo)	-Contagem	-Crianças pequenas
Iijima (2012)	-Geometric Constructor (GC)	-Geometria (plana)	-Estudantes do Ensino Médio
Ladel e Kortenkamp (2012)	-Tabuleiro Multi-touch (MTT)	-Números e operações	-Crianças pequenas
Pelton e Pelton (2012)	Math Tappers (APP)	- Não especificado	-Crianças pequenas
Robidoux et al. (2012)	-Geometer's Sketchpad no iPad -PHANTOM Omni <sup>n</sup> (dispositivo visual-	-Transformações, medida e estimação	-Crianças pequenas

<sup>12</sup> Realizada de julho de 2012 a fevereiro de 2013.

No Brasil, até o presente momento, ainda não encontrei estudos analisando o aprendizado matemático em dispositivos com manipulação *touchscreen*. Minha busca se deu nos principais periódicos qualificados (de B2 em diante) nas áreas de Educação e de Ensino nos últimos três anos, período em que houve a acentuada divulgação e aquisição desses recursos pela população. Também não localizei pesquisas com o levantamento feito nos trabalhos apresentados na Anped na subárea 3.

Como reflexões no âmbito da cibercultura (SANTOS, 2012) e da cultura digital (BONILLA, 2012) são muito presentes no GT16 (Educação e Comunicação), um de nossos interlocutores constantes, localizei uma interessante revisão de literatura de pesquisas desse GT no volume 13 (n. 30) da Revista Teias (2012)<sup>13</sup>. Nesse periódico também não foram encontradas investigações com ambientes *touchscreen*. Urge, portanto, desenvolvermos pesquisas em educação matemática que contemplem a realidade dos processos de ensino e de aprendizagem no contexto brasileiro.

Assim, a contribuição da presente pesquisa estará no âmbito do aprendizado geométrico de estudantes do Ensino Médio em dispositivos *touchscreen*. Concretamente, apresentarei modos de manipulação no *software Geometric Constructor* e refletirei sobre alguns desafios desses novos movimentos no aprendizado e no pensamento matemático dos discentes.

### **O *software Geometric Constructor* (GC) e as tarefas propostas**

“Podemos realizar contemporaneamente mais manipulações, em mais pontos, coisa impossível no Cabri. Todavia, em uma figura muito complexa, movimentar muitos elementos ao mesmo tempo pode se tornar um pouco difícil”. Felipe

Quanto à sua característica os ambientes *touchscreen* estão sendo construídos em dois tipos: *software* propriamente dito (*Geometric Constructor*, *Skechometry* etc.) e aplicativos (*Math Tappers* etc.). Como o *Geometric Constructor* é o dispositivo que está elaborado mediante atividades concretas de geometria optamos por usar esse recurso.

O *Geometric Constructor* (GC/html5) é um *software online* de geometria dinâmica desenvolvido no Japão por Yasuyuki Iijima, pesquisador da *Aichi University*

---

<sup>13</sup> <http://www.periodicos.proped.pro.br/index.php?journal=revistateias>

*of Education*. Podemos usar o GC/html5 com PC (Internet Explorer 9, FireFox, Safari, Opera, Chrome) e em *tablets*. Com o GC podemos construir objetos geométricos mais comuns (pontos, segmentos, linhas, círculos), medi-los, arrastá-los, editá-los (usando diferentes cores, nomes etc.) e salvar a figura construída no servidor ou no próprio computador.

Sabemos da importância que as diferentes tarefas matemáticas têm no aprendizado dos sujeitos. Implementar estudos com dispositivos *touchscreen* não é relevante apenas pelo seu aspecto inovador, *fashion*, mas pela possibilidade de gerarmos resultados que permitam contribuir para a construção de novas práticas educativas com esses ambientes (SANTOS, 2012) e que essas implementações sejam realmente promissoras para a ampliação do repertório e do aprendizado matemático (LEUNG, 2011) nessas interfaces.

Especificamente, para a geometria dinâmica com dispositivo *touchscreen*, assumimos que a manipulação nesse tipo de ambiente deve ser vista como uma ferramenta cognitiva que potencialize nos aprendizes as suas habilidades de exploração, de elaboração de conjecturas e de construção de diferentes meios de justificá-las. Sendo assim, ilustramos três tarefas elaboradas para o trabalho no *software* GC.

***Tarefa 1 – Familiarização com o software (30 minutos)***<sup>14</sup>

Use os comandos do *software* (construir, medir etc.) para entender suas funções. Desenhe o triângulo abaixo usando os comandos no *tablet* e escreva suas conclusões comparando com o que acontece com o *Cabri Geometrie*, no qual o desenho é feito com o *mouse*. Faça duas observações.

Figura 2: Tarefa 1 ilustrada no *software* GC

---

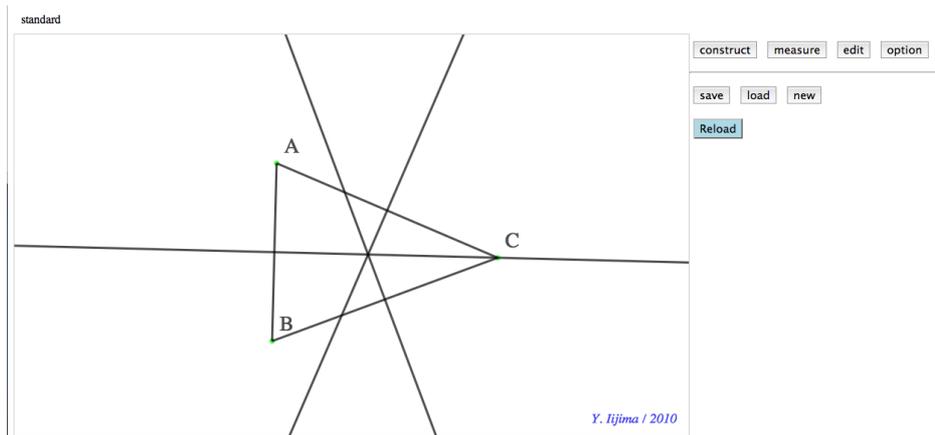
<sup>14</sup> Endereços do software e dessa atividade:

a) para acesso com PC

[http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijjima/GChtml5/GChtml/server\\_e/gc\\_00026-test.htm](http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijjima/GChtml5/GChtml/server_e/gc_00026-test.htm)

b) par acesso com Ipad:

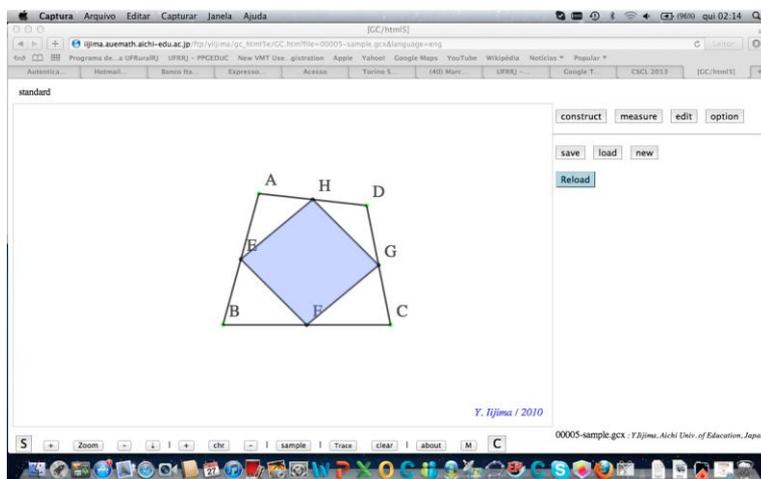
2012/10/10 16:39 482434 [gc\\_00026-test.htm](http://gc_00026-test.htm)



**Tarefa 2 (Teorema do Varignon – 50 minutos)**

No quadrilátero ABCD os pontos médios E, F, G e H formam o quadrilátero EFGH. O que você pode afirmar sobre a característica de EFGH? Demonstre.

Figura 3: Tarefa 2 ilustrada no software GC



**Tarefa 3**

Construa um quadrilátero ABCD. Em cada um de seus lados construa um quadrado de modo que a medida do lado de cada quadrado coincida com o lado respectivo do quadrilátero. Denomine o centro de cada quadrado por: R, S, T, U. Considere o quadrilátero RSTU: o que você observa? Que comandos você usa para verificar sua conjectura?

**Aspectos metodológicos da investigação**

Foram realizados estudos de caso com cinco estudantes do Ensino Médio com 16-17 anos. Os alunos possuíam experiência prévia com o *Cabri Geometrie*, um outro software de geometria dinâmica. Eles trabalharam em dupla (com apenas um *tablet*) e

tripla (com dois *tablets*). Cada sessão de pesquisa durou aproximadamente duas horas. Em cada uma implementamos três atividades. O professor da turma faz parte do grupo de pesquisa. Sua interação com os discentes durante a resolução das tarefas aconteceu apenas quando necessária.

Para a coleta de dados utilizamos: questionário (contendo duas perguntas comparando o programa *Cabri* com o GC), grupo focal ao final de cada sessão (discorrendo sobre aspectos do aprendizado em cada recurso), gravação em vídeo do trabalho no *software* e respostas escritas para cada tarefa realizada.

Por conter os movimentos dos discentes no uso do *software* e mais detalhes do processo interativo durante a realização das tarefas, utilizei os vídeos como a principal fonte para a coleta e análise de dados. As observações recorrentes aos vídeos foram feitas em dois momentos (não excludentes), conforme ilustrado a seguir.

Tabela 3: Procedimentos de análise para cada objetivo do estudo

<b>Momento</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Procedimento</b>
1. Foco no tipo de manipulação	-Identificar os tipos de <i>touchscreen</i> (Yook, 2009) no uso do GC	-Construção de tabelas associando fragmentos de interação (intervalos) ou instantes precisos do vídeo para cada tipo de <i>touchscreen</i>
2. Foco no desenvolvimento do pensamento geométrico mediante os modos de manipulação identificados	-Descrever o processo raciocínio dos discentes mediante o uso das diferentes formas de manipulação	-Exemplificação de modos de <i>touchscreen</i> ao longo das interações discentes em cada tarefa proposta

Em sintonia com Tang (2010), considerei que em dispositivos *touchscreen* a análise deve levar em consideração os passos (caminhos) de interação, não os pontos (ou *clicks*), isoladamente<sup>15</sup>. Matematicamente, observar as trajetórias interativas pode ser também mais frutífera que detectar ações pontuais. Nessa perspectiva, a seguir ilustro resultados de percursos interativos dos estudantes na resolução de tarefas com o *Geometric Constructor*.

## Resultados

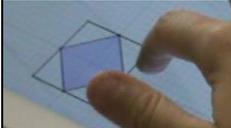
<sup>15</sup> Ilustro essa singularidade fazendo uma analogia com os movimentos criativos de dois tipos de artistas: o escultor e o modelador. O primeiro “talha”, ponto a ponto, a obra a ser composta. O segundo, manipula e modela uma superfície. Esse movimento de modelar é o que associo com a trajetória, pois ele envolve uma região mais ampla, não um ponto ou uma sequência de pontos.

“Uma grande vantagem que se observa utilizando um programa do gênero é a precisão da figura, porque desenhando manualmente podemos esquecer algum elemento fundamental da figura. É, ainda, mais agradável utilizar esses programas que usar o caderno”. Estéfano

### ***Quanto aos modos de manipulação touchscreen de estudantes trabalhando no software GC***

Todos os tipos de *touchscreen* propostos por Yook (2009) e descritos na tabela 1 foram observados no *software Geometric Constructor*. No quadro seguinte ilustro as formas de manipulação básica (impulsos específicos) dos discentes ao trabalharem no ambiente e descrevo alguns aspectos relacionados ao seu processo de pensamento geométrico. Em algumas trajetórias interativas podemos observar mais de um modo de manipulação. Os exemplos ilustrados aqui são aqueles onde observei o predomínio de um tipo específico de *touchscreen*.

Quadro 1: Exemplo de ações básicas no GC

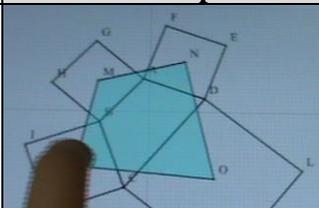
<b>Basic action</b>	<b>Vídeo</b>	<b>Exemplo</b>	<b>Processo geométrico</b>
Tapa ( <i>simples ou duplo</i> )	0:01-0:05		<i>Tarefa 2:</i> estudante construindo ângulo para observar relações entre diagonais e o lado do quadrilátero ABCD
<i>Deslizar</i>	21:35-22:05		<i>Tarefa 1:</i> estudante observando a figura, movendo-a na tela e praticando com o <i>software</i>
<i>Mover</i>	21:01		<i>Tarefa 1:</i> estudante tentando mover (deslocar) a figura na tela
<i>Empurrar</i>	23:48-23:49		<i>Tarefa 2:</i> estudante empurrando o ponto e tentando localizar o(s) ponto(s) livre(s)
<i>Escala</i>	18:33		<i>Tarefa 1:</i> estudante conhecendo o dispositivo e tentando ampliar e reduzir uma parte da tela

Manter (simples)	6:30		<i>Tarefa 3:</i> estudante dando zoom <sup>16</sup> em um ponto
Manter (múltiplo)	9:17-9:33		<i>Tarefa 1:</i> estudante movendo aleatoriamente com mais de um dedo e observando o movimento dos objetos geométricos construídos

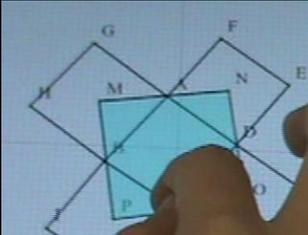
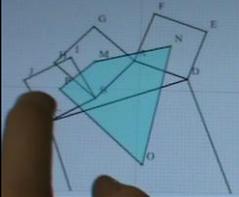
Os modos de *touchscreen* foram observados na realização de todas as atividades implementadas. Para realizar uma construção (ponto, linha, ângulo, círculo etc.) no GC o usuário tem que usar os respectivos ícones do *software*. Os estudantes construíram esses objetos naturalmente, quando necessário. Não considerei o toque nesses ícones como um exemplo de tapa (*tap*) ou de manutenção (*hold*). Como a manipulação implica movimento é difícil para o leitor ter a real ideia dessa movimentação usando figuras estáticas como as ilustradas nos quadros 1 e 2.

Alguns tipos de *touchscreen* como mover, escala e deslizar, ocorreram poucas vezes. Isso pode ter sido devido à característica do *software* ou à natureza da tarefa. Consideramos escala como a manipulação com um zoom, ou seja, a ação de amplificar ou reduzir alguma forma. Esse tipo *touchscreen* foi observado apenas duas vezes. A ação empurrar pode ocorrer em um ponto específico ou aleatoriamente na tela. Todos esses aspectos continuam sendo objeto de análises recentes na pesquisa. No quadro seguinte ilustro manipulações ativas de estudantes no *software*.

Quadro 2: Exemplo de ações ativas no GC

Ação ativa	Vídeo	Exemplo	Aspecto geométrico
Arrastar livre	0:03		<i>Tarefa 3:</i> após ter construído um quadrado em cada lado do quadrilátero ABCD, a discente arrasta livremente o ponto P para observar o que acontece com as formas

<sup>16</sup> No meu entendimento esse modo de manipular também pode ser considerado como escala. Vários exemplos podem ser dados de estudantes realizando zoom. Todavia, cabe analisar mais casos para entender a especificidade cognitiva desse tipo de manipulação.

Arrastar para aproximar (ajustar)	5:35-5:45		<i>Tarefa 3:</i> estudante ajustando o quadrilátero MNOP para um retângulo para analisar como se comportam as formas construídas sobre os lados
Deslizar	17:48		<i>Tarefa 1:</i> estudante conhecendo o <i>software</i> e deslizando (tentando subir) a tela vazia
Livre	5:18-5:28		<i>Tarefa 3:</i> aluno movendo livremente o ponto C após a construção feita
Rotacionar usando um dedo	21:01-21:07		<i>Tarefa 1:</i> estudante construindo e movendo o ponto selecionado com um de seus dedos
Rotacionar usando dois dedos, estando um deles fixo	0:05-0:09		<i>Tarefa 1:</i> estudante mantém o dedo da esquerda fixo, move o do meio e observa o que acontece
Rotacionar usando dois dedos, ambos em movimento	20:55-20:25		<i>Tarefa 1:</i> estudante seleciona e rotaciona, usando dois dedos, a forma em dois pontos

Conforme illustrei no quadro 1, todas as ações básicas foram observadas no uso do *software*. O mesmo foi verificado com a manipulação de natureza ativa (com movimentos abertos, não específicos). Todavia, nesse tipo de *touchscreen*, identifiquei singularidades nas ações de arrastar e de rotacionar.

Primeiramente, ao arrastar ou movimentar livremente os estudantes usaram um ou dois dedos (TANG, 2010) e, em alguns casos, utilizarem três. Observei que, ao arrastar, os discentes realizaram movimentos de dois tipos: livremente e o que denominei arrastar para aproximar (ARZARELLO et al., 2002). Nesse tipo de *touchscreen* os aprendizes aproximam uma determinada forma para uma conhecida ou mais simples para analisar propriedades (conforme ilustrado na segunda linha do

Quadro 2). Por exemplo, transformar um quadrilátero qualquer em um retângulo ou quadrado.

No que diz respeito ao modo de rotacionar feito pelos alunos, notei que essa modalidade pode ser desmembrada em três tipos: rotação usando apenas um dedo; rotação usando dois dedos, mantendo um fixo; e rotação com os dois dedos em movimento. Embora os dois primeiros pareçam semelhantes em termos matemáticos, penso que esse tipo de resultado pode propiciar novos *insights* cognitivos-epistemológicos.

Conceitualmente, para rotacionar (girar) uma forma geométrica geralmente determinamos previamente em que local (centro de rotação) o faremos. Usando os dois dedos como detectar a referência para a rotação? E quando dois (ou três) dedos estiverem em movimento? Que tipo (ou composição) de transformação geométrica estaremos efetuando na figura original? Nesse sentido, penso que observações dessa natureza, relacionadas ao tipo de *touchscreen*, podem apresentar novos contributos conceituais e epistemológicos em educação matemática.

Ainda, quanto a quantidade de dedos, observei que a maior parte da manipulação dos discentes foi com um ou dois dedos (TANG, 2010). Como eles trabalharam em pequenos grupos (de dois ou de três) em alguns casos eles “compartilharam dedos”. Ou seja, cada um usou um dedo para auxiliar na manipulação da figura, especialmente quando a forma tinha vários objetos ou construções geométricas. Identificar em que tipo de observação e construção geométrica a manipulação com mais de dois dedos é frequente é outro interesse atual dessa investigação.

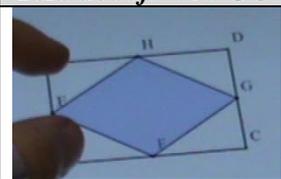
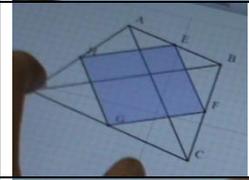
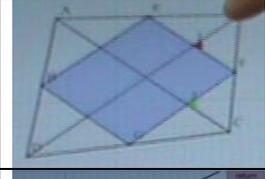
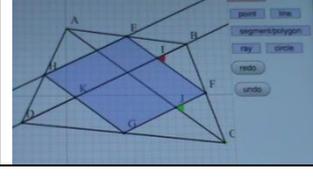
Após ilustrar e analisar os tipos de *touchscreen* observados no uso do *software* GC, na próxima seção descrevo parte do processo de raciocínio dos estudantes na atividade 2 (Teorema de Varignon).

### ***Quanto ao processo de desenvolvimento do raciocínio geométrico no GC***

A seguir ilustro parte do raciocínio de uma dupla de alunos interagindo na atividade que explora o teorema de Varignon. Era solicitado aos alunos que provassem que a figura EFGH, cujos vértices são os pontos médios dos lados do quadrilátero ABCD, era um paralelogramo.

Como a atividade tinha um propósito, verificar e justificar a propriedade, a manipulação por aproximação foi muito recorrente para analisar o comportamento da forma construída como um todo e de seus elementos invariantes. Quando os alunos necessitavam realizar construções (de diagonais, ângulos e paralelas) o uso de tapas foi bastante observado, conforme ilustrado a seguir.

Quadro 3: Ilustração de parte do raciocínio de uma dupla na atividade 2

Tela do <i>software</i> GC	Tipo de <i>touchscreen</i>	Raciocínio
	Aproximação	Ajustando a forma da figura inicial para um retângulo
	Tapas (simples e duplos)	Manipulando com tapas e construindo as diagonais AC e BD
	Tapas (simples e duplos)	Construindo dois ângulos (vermelho e verde)
	Tapas (simples e duplos)	Construindo as paralelas HE e DB

Resumidamente, o processo de raciocínio dessa dupla de alunos para verificar que a figura interior (em azul) era um paralelogramo foi: 1) aproximação da figura inicial para quadrado, retângulo, losango e um quadrilátero qualquer; 2) construção das diagonais do quadrilátero ABCD; 3) construção de dois ângulos; 4) construção de duas retas paralelas, e 5) observação e justificativa utilizando semelhança de triângulos.

Quando eram convidados a explicitar - no questionário ou no grupo focal - singularidades (facilidades, dificuldades e limitações) do uso de um recurso *touchscreen* no seu aprendizado os discentes foram unânimes: a rapidez. Segundo eles a agilidade desse tipo de dispositivo e a possibilidade de efetuar manipulações com maior dinamicidade, sem a necessidade de ficar movendo o cursor, clicando e construindo, procedimento comum no *Cabri*, por exemplo. Outras facilidades elencadas foram: a vantagem de explorar diversos casos e tipos de figura, a precisão e a confiabilidade na

construção e a capacidade de demonstrar mais rapidamente um teorema. Todavia, segundo alguns aprendizes, o fato de poder manipular vários objetos ao mesmo tempo pode ser um complicador se forem feitas muitas construções e isso pode dificultar a exploração e a observação.

### **Resultados em reflexão conclusiva**

“Posso estudar os diversos casos de um problema de geometria utilizando a mesma figura móvel e analisar os casos particulares. Posso demonstrar velozmente os teoremas ou verificar se o resultado de um problema está correto”. Elisa

Nesse artigo illustrei formas de utilização (em atividades de geometria) de um dispositivo *touchscreen* – o *software Geometric Constructor* – por alunos do Ensino Médio. A análise da manipulação em recursos *touchscreen* tem sido objeto de atenção de alguns estudos internacionais. Por exemplo, estudiosos têm prestado atenção na importância da interatividade para o desenvolvimento de processadores de alta velocidade e na elaboração de *software*-sensores (PARK, 2011). Nossa investigação tem como meta construir uma agenda nacional de pesquisa com ambientes *touchscreen* voltados à educação.

Do visto de educacional ambientes *touchscreen* podem propiciar a criação de novas práticas educativas (SANTOS, 2012) e apresentarem novas contribuições aos processos de ensino e de aprendizagem. Além de avanços cognitivos na análise da aprendizagem, a identificação de tipos de manipulação também pode contribuir com melhorias no próprio *software GC* (IIJIMA, 2012), que ainda está pensado nas ações de arrastar e nos toques.

A tipologia de *touchscreen* de Yook (2009) descrita em Park (2011) mostrou-se apropriada ao presente momento de nossa investigação e ao *software* utilizado. Todavia, em termos de pensamento geométrico foi possível avançar na categorização de Yook (op cit.), propondo dois modos de arrastar (livre e de aproximação) e três possibilidades de uso dos dedos para girar uma figura ou partes dela.

Embora as atividades propostas não tenham abordado explicitamente o conceito de rotação foi possível observar as três formas de manipulação quando os estudantes tiveram a intenção de realizar algum tipo de giro na construção. Cabe, portanto, implementarmos atividades cuja solução envolva o uso da ideia de rotação e

verificarmos com maior detalhes o processo de utilização desse conceito pelos aprendizes. Nesse sentido, acredito que a identificação de formas variadas de *touchscreen* poderá trazer novos *insights* cognitivos para a educação matemática com esse tipo de tecnologia digital.

Em qualquer espaço formativo as tarefas assumem uma importância na construção do conhecimento. Como as atividades propostas exigiam algum tipo de justificativa das ideias emergentes dos discentes o uso da manipulação arrastar por aproximação foi predominante. Assim, observei que essa modalidade de *touchscreen* é importante quando os aprendizes estão ampliando suas habilidades de explorar, argumentar e de justificar determinada propriedade geométrica (LEUNG, 2001). Todavia, ainda temos muito que investigar e aprender com dispositivos *touchscreen* na pesquisa em educação.

## Referências

- ARZARELLO, F. et al. A tool for analysing multimodal behaviors in the mathematics classroom. **Anais ... PME35**, Ankara, v. 2, p. 57-64, 2011.
- ARZARELLO, F. et al. A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. **ZDM**, v. 34, n. 3, p. 66-72, 2002.
- BARENDREGT, W. et al. Development and Evaluation of Fingu: A Mathematics iPad Game Using Multi-touch Interaction. **Anais ... IDC 2012**, Bremen, Germany, 2012.
- BONILLA, M. H. A presença da cultura digital no GT Educação e Comunicação da ANPEd. **Teias**, v. 13, n. 30, p. 71-93, 2012.
- CRANOR, D. Prototouch: A System for Prototyping Ubiquitous Computing Environments Mediated by Touch. **Dissertação** (Mestrado em Ciência). Boston: MIT, 2011. Disponível em <http://web.media.mit.edu/~vmb/papers/cranorms.pdf>
- DOYUN, P. A Study on the Affective Quality of Interactivity by Motion Feedback in Touchscreen User Interfaces. **Tese**. KAIST (Korea): Graduate School of Culture Technology, 2011.
- IJIMA, Y. GC/HTML5: Dynamic geometry software which can be used with Ipad and PC - Feature of software and some lessons with it ICME 12. **Anais ... ICMI**. Seoul (Korea), ICMI, 2012.
- LADEL, S.; KORTENKAMP, U. Early maths with multi-touch: an activity-theoretic approach. **Anais ... POEM**, Frankfurt, 2012.
- LEUNG, A. An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. **ZDM**, v. 43, n. 3, p. 325-336, 2011.
- PARK, D. et al. Investigating the affective quality of interactivity by motion feedback in mobile touchscreen user interfaces. **International Journal of Human-Computer Studies**, v. 69, n. 12, p. 839-853, 2011.

PELTON, T.; PELTON, L. F. 7 Strategies for iPads and iPods in the (Math) Classroom. **The Journal**, 2012. Disponível em <http://thejournal.com/Articles/2012/07/11/7-Strategies-for-iPads-and-iPods-in-the-Math-Classroom.aspx?m=2//&p=1>

SANTOS, E. Cibercultura, Educação On-line e Processos Culturais. **Teias**, v. 13, n. 30, p. 3-8, 2012.

TANG, A. et al. VisTACO: Visualizing Tabletop Collaboration. International Conference on Interactive Tabletops and Surfaces (ITS '10). **Anais ... International Conference on Interactive Tabletops and Surfaces (ITS '10)**. Saarbrücken, Alemanha, 2010.

TOENNIES, J. L. et al. Toward Haptic/Aural Touchscreen Display of Graphical Mathematics for the Education of Blind Students. **Anais ... IEEE World Haptics Conference 2011**. Istanbul, Turquia, p. 373-378, 2011.