A CONCEPÇÃO DE FRAÇÕES POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E DO ENSINO MÉDIO

SILVA, Adegundes Maciel da – Prefeitura da Cidade do Recife

GT-19: Educação Matemática

Esse estudo teve sua motivação em nosso trabalho junto a professores da Rede Municipal do Recife. Nas demandas de formação continuada, de professores de todos os níveis de ensino, as frações aparecem como uma das idéias que mais apresentam dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Isso é confirmado quando observamos resultados do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE (PERNAMBUCO, 2003), que evidenciam o fraco desempenho dos alunos em itens envolvendo frações e números racionais.

Na escola, geralmente os números racionais (e as frações) são apresentados em sua forma matemática, ou seja, como $\frac{a}{b} \in Q$, com $b \neq 0$, sendo ***a*** chamado de numerador e ***b*** de denominador. No processo de transposição didática, do campo matemático para a esfera didático-pedagógica, esse novo número passa a ter significados particulares. Diferentes idéias são introduzidas aos alunos, tais como *parte-todo, quociente, medida, razão, equivalência, etc.*

Quando se toma em consideração a idéia de parte de um todo, fortemente associada à idéia de fração, as dificuldades parecem ser potencializadas, não somente em função desse todo por ser considerado *discreto* ou *contínuo*[1], como também pela ênfase atribuída à idéia de repartição desse todo. De fato, nesse modelo, uma fração é entendida como uma *partição*, como a representação da *conjugação de duas ações: dividir/pintar ou dividir/comer* (MAIA et al., 1991). O suporte de representação privilegiado na escola é o pictórico, em que o todo é representado por uma pizza, um bolo, um chocolate ou uma figura geométrica, o que pode limitar a idéia de fração.

Em nosso ensaio, buscamos identificar concepções de frações, como se comporta o rendimento de alunos, nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em atividades de resolução de problemas envolvendo as idéias associadas às frações, em

---

[1] Quantidades *contínuas* referem-se ao modelo em que podem ser subdivididas de várias formas, repetidas e infinitas; o modelo de quantidades *discretas* só permite divisão e contagem com uma menor ênfase em relação ao todo (PITKETHLY; HUNTING, 1996).

função de sua escolaridade; possíveis diferenças de rendimento quando se modifica o tipo de quantidade envolvida e o registro de representação adotado na atividade.

Estudos têm mostrado que, desde cedo, as crianças possuem um conhecimento intuitivo das frações, antes das atividades formais (na escola) com os números racionais, iniciadas no 2º Ciclo-1º ano. Esses conhecimentos intuitivos se baseiam, essencialmente, em um grande número de experiências vivenciadas no seu dia-a-dia e que servirão de base para a construção do conhecimento formal (PITKETHLY; HUNTING, 1996).

Para Piaget *et al.* (1960), compreender frações necessita, primeiramente, da noção de conservação de quantidade. O número de elementos de um conjunto, seja ele contínuo ou descontínuo, permanece invariável em relação a mudanças de aspectos: forma, posição, etc. Esta fase na criança acontece no estágio das operações concretas, a partir de 7 ou 8 anos. Assim, a compreensão do número fracionário estaria associada a uma maturação biológica. Por outro lado, algumas pesquisas questionam a perspectiva piagetiana do raciocínio proporcional como, por exemplo, Spinillo e Bryant (1991), que mostram resultados diferentes.

Concepções e habilidades, segundo Vergnaud (1988), desenvolvem-se com o decorrer da vida, e isso não ocorreria apenas a partir de características gerais do pensamento, mas os conceitos de frações e razões possuem raízes em atividades que são significativas para os alunos pré-adolescentes, particularmente quando envolvem valores simples, tais como 1/2 ou 1/4. Esse conceito é uma dificuldade, tanto para jovens como para adultos, *não podemos subestimar a lentidão do desenvolvimento de certo conceito, atribuindo-lhe apenas uma razão 'desenvolvimentista'*. Uma determinada situação, para ser compreendida, necessita do concurso de vários conceitos, e cada conceito, isoladamente, pode ser mobilizado para a compreensão de mais de uma situação. Tal consideração aparece na base do que o autor denomina *campos conceituais*. Diante disso, Kieren (1976) acredita que os números racionais constituem a base para a educação matemática e científica. Entender frações impõe condições de incorporá-las dentro de um campo bem maior, o *campo dos números racionais*. O conceito desse número possui diferentes sub-construtos, os quais podem ser interpretados, como relação *parte-todo, medida, quociente, razão e operador.*

Nesta pesquisa aplicamos uma série de 10 questões em turmas desde o 1º ano do 3º ciclo do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, 45 alunos por ano escolar, de um Colégio Municipal do Recife. Para a obtenção dos dados, enfocamos as idéias de frações, o tipo de *quantidade* (*contínua* ou *discreta*), o registro de *representação* (*figuras* ou *linguagem natural*) e *significado* das frações (*operador*, *parte-todo* ou *quociente*). Nossa análise buscou verificar como o rendimento dos alunos se modifica em função das variáveis por nós escolhidas e do nível de escolaridade. O instrumento contemplou sete itens envolvendo *quantidades contínuas* e três envolvendo *quantidades discretas*. Os resultados mostraram grande desempenho dos alunos do 3º Ciclo do Ensino Fundamental, em relação aos outros alunos, nas questões de *quantidades contínuas*. Identificamos que somente 10% dos sujeitos do 1º ano do 3º Ciclo conseguiram resolver todas as questões envolvendo *quantidades discretas*.

A partir do 4º Ciclo, observa-se certa estabilidade de rendimento dos sujeitos para questões envolvendo as duas *quantidades*. Esses resultados nos mostram que no 3º Ciclo-1º ano, os alunos ainda apresentariam uma concepção de fração como uma "figura dividida e com algumas partes pintadas", que é o tipo de trabalho fortemente realizado em sala de aula. Ou seja, enfatiza-se nesse ano o modelo *parte-todo* com maior presença de questões envolvendo *quantidades contínuas*, tornando as questões de *quantidades discretas* pouco comuns na introdução das frações.

Identificamos, em metade dos alunos do Ensino Fundamental (52%), que os erros cometidos sobre o conceito de fração de uma *quantidade discreta* estariam fortemente associados ao denominador da fração. Por exemplo, *um terço de m elementos corresponderia a 3 elementos*, independentemente dos elementos do conjunto. Já em relação aos alunos do Ensino Médio, *um terço de m elementos corresponderia a quatro elementos*, resultado da adição dos termos da fração (1+3), 49% dos sujeitos.

Com frações de *quantidades discretas* em que o numerador não é unitário, esse fenômeno aparece de forma mais marcante. Entre os alunos do 3º Ciclo, quase a metade dos erros cometidos (46%) corresponde à realização de uma adição com os termos da fração. Por exemplo, 2/3 de 18 objetos correspondem a 5 objetos. Já no Ensino Médio (30%) a tendência é operar a multiplicação (2x3=6).

Nosso instrumento contemplou três idéias associadas às frações: *operador, parte-todo e quociente.* Três categorias de erros puderam ser percebidas envolvendo a relação *parte-todo*: na primeira, com 73% dos erros, no 1º ano do 2º ciclo e 50%, no 2º ano do 4º ciclo, *a fração de uma figura dividida em partes iguais é igual à figura representada que corresponde ao seu complemento* (por exemplo, pintar 2/3 de 3 elementos corresponderia a pintar apenas 1 elemento). Na segunda categoria, com 55% dos erros no 1º ano do 3º ciclo e 35% no 2º ano, *dois terços de uma figura dividida em três partes* *iguais seria igual a duas partes mais meia parte*. Ou seja, nos parece que os sujeitos tenderiam a buscar uma espécie de relação entre os dois termos da fração sem levar em consideração *o todo* apresentado. Finalmente, na terceira categoria, que contribuiu com 90% dos erros no 2º ano do 3º ciclo e com 59% no 1º ano do 3º ciclo, os alunos identificam que *dois terços de uma figura dividida em três partes iguais é igual às três partes* (contagem única do denominador), como fizeram em *quantidades discretas*, anteriormente. Representar *2/3 em uma figura formada por 9 quadradinhos*, vem que 84% dos erros correspondem a pintar apenas *duas unidades*.

Nas situações em que os sujeitos deveriam identificar a fração correspondente às partes pintadas de uma figura, encontramos três concepções errôneas predominantes: [*parte-parte*] com 58% dos erros no 1º ano do 3º ciclo e 46% em média geral – *a fração correspondente a uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas, é determinada pela relação (parte pintada)/(parte não-pintada)* –, por exemplo, uma figura dividida em cinco partes iguais com duas delas pintadas corresponderia à fração 2/3*;* [*unidade fracionária pintada*] com 30% dos erros no 1º ano do 2º ciclo e 12% na média geral – *a fração correspondente de uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas é determinada pela relação inversa do número dessas partes pintada* –, por exemplo, se uma figura foi dividida em oito partes e pintadas duas, a fração correspondente seria de 1/2, se fossem pintadas três, a fração seria 1/3,...; [*fração inversa*] com 31% dos erros no 1º ano do 4º ciclo e 16% na média geral – *a fração correspondente a uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas, é determinada pela relação total de partes em que foi dividida a figura e o número de partes pintadas* – por exemplo, em uma figura dividida em 5 partes iguais com 3 pintadas, os alunos identificam como uma fração 5/3.

Em relação ao sub-construto *quociente*, encontramos o maior índice de acertos entre os alunos de no 1º ano do 3º ciclo, decrescendo com a escolaridade dos sujeitos. Embora esta pesquisa não tenha permitido esclarecer as causas desse fenômeno, é possível que o contexto relacionado ao item estivesse fortemente associado ao cotidiano desses alunos, o que justificaria o melhor rendimento em alunos de menor escolaridade. Destaque-se a importância do modelo *quociente* a explicar frações do tipo 5/3 ou 3/2, que não poderiam ser bem compreendidas pelo modelo *parte–todo.* Uma criança dificilmente aceitaria a *parte* ser maior que o *todo* – em 5/3 (cinco terços), "5" é parte do *todo* "3".

Os resultados encontrados nos levam a concordar com Ciscar e García (1988), "as idéias relativas ao conceito de fração demandam um tempo considerável, em relação ao processo de ensino-aprendizagem". A diversidade de estruturas cognitivas e as diferentes interpretações das *frações* condicionam tais processos. Em outras palavras, o conceito global de *fração* não se consegue totalmente de uma só vez. A identificação e a caracterização dos contextos que tornam significativas as noções de *fração* estariam ligadas a uma espécie de mega-conceito.

Referências

CISCAR, S.; GARCÍA, M. V. Sánchez. **Fracciones**. Madri-Espanha: Sintesis, 1988. p. 23-89.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In: R. Lesh (Eds.), **Number and measurement.** Columbus, OH: ERIC/SMEAC, 1976. p. 101-144.

MAIA, L.; CÂMARA, M.; CÂMARA, P. Repensando a aprendizagem de frações: uma experiência pedagógica. **Revista Tópicos Educacionais**, UFPE, Recife, v. 9, n.1/2, p.75-82, 1991.

PERNAMBUCO. Governo do Estado de. Secretaria de Educação. Diretoria de Política e Programas Educacionais. **Matrizes curriculares de referência para o Estado de Pernambuco**. Recife: SEDUC/DPPE, v.1, 2003.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry**. London: Routledge and Kegen Paul, 1960, p. 40-127.

PITKETHLY, A.; HUNTING, R. A review of recent research in the area of initial fraction concepts. **Educational studies in mathematics education**, v. 14, n. 5, p. 307-317, 1996.

SPINILLO, A. G.; BRYANT, P. E. Children's proportional judgment: the importance of half. **Child development**. v. 62, p. 427-440, 1991.

VERGNAUD, G. Theorical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. **Proceedings of the International Congress on Mathematical Education**, Budapest, p. 39-41, 1988.